

Konstrukcija kompilatora

— Optimizacije —

Milena Vujošević Jančić

Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu

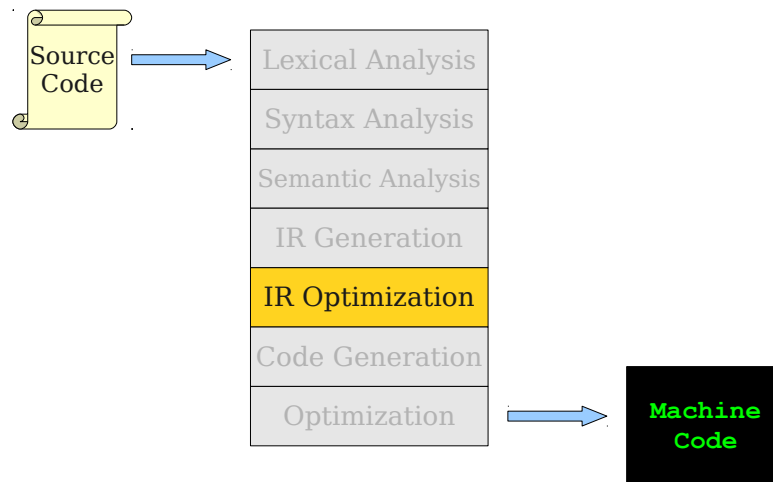
Sadržaj

1	Uvod	1
2	Formalizam i terminologija	5
2.1	Saglasnost i očuvanje semantike	5
2.2	Formalizam za IR optimizaciju	5
2.3	Vrste optimizacija	6
3	Lokalne optimizacije	8
3.1	Eliminacija zajedničkih podizraza	8
3.2	Prenos kopiranja	8
3.3	Eliminacija mrtvog koda	9
3.4	Višestruka primena i druge optimizacije	10
3.5	Implementacija lokalnih optimizacija	11
4	Globalne optimizacije	15
4.1	Više predaka	16
4.2	Petlje u grafu	17
4.3	Globalna analiza živosti	19
4.4	Polumreže sa operatorom spajanja	20
4.5	Algoritam globalne analize	22
5	Literatura	23

Na slajdovima obavezno pogledati animacije koje su ovde izostavljene!

1 Uvod

Where We Are



IR Optimizacija

- Cilj optimizacije je da se poboljša kôd generisan u prethodnom koraku
- To je najvažniji i najkompleksniji deo modernog kompajlera
- Veoma aktivna oblast istraživanja
- Razlozi za optimizaciju
 - Prilikom generisanja koda uvodi se redundantnost (jednostavno prevođenje konstrukata višeg nivoa u IR često uvodi dodatna izračunavanja koja mogu da se ubrzaju, podele ili eliminišu)
 - Programeri često ne razmišljaju o efikasnosti koda, na primer, često se kôd koji se izvršava u petlji može *izdići* da se izvršava pre petlje

Optimizations from IR Generation

```
int x;
int y;
bool b1;
bool b2;
bool b3;

b1 = x + x < y
b2 = x + x == y
b3 = x + x > y
```

```
_t0 = x + x;
_t1 = y;
b1 = _t0 < _t1;

_t2 = x + x;
_t3 = y;
b2 = _t2 == _t3;

_t4 = x + x;
_t5 = y;
b3 = _t5 < _t4;
```

Optimizations from IR Generation

```
int x;
int y;
bool b1;
bool b2;
bool b3;

b1 = x + x < y
b2 = x + x == y
b3 = x + x > y
```

```
_t0 = x + x;
_t1 = y;
b1 = _t0 < _t1;

b2 = _t0 == _t1;

b3 = _t0 < _t1;
```

Optimizations from Lazy Coders

```
while (x < y + z) {
    x = x - y;
}
```

```
_t0 = y + z;
_L0:
    _t1 = x < _t0;
    IfZ _t1 Goto _L1;
    x = x - y;
    Goto _L0;
_L1:
```

Terminologija

- Termin optimizacija označava traženje optimalnog (idealnog) koda za zadati program

- Ovaj problem je, u opštem slučaju, neodlučiv
- Zapravo, cilj je poboljšanje međureprezentacije, a ne njegova optimizacija
- Karakteristike dobrog optimizatora:
 - Ne sme da suštinski promeni ponašanje programa
 - Treba da proizvede što efikasniji kod
 - Ne treba da koristi puno vremena (kao deo kompilacije, ne sme dugo da traje)
- Nažalost:
 - I dobri optimizatori nekada uvedu grešku u kod.
 - Optimizatori nekada promaše da urade neku jednostavnu optimizaciju zbog ograničenja algoritama koje koriste.
 - Većina interesantnih optimizacija je NP-teško ili neodlučivo!

Šta optimizujemo

- Optimizatori mogu da pokušaju da poboljšaju kod u skladu sa različitim željenim osobinama.
- Šta je to što možemo da želimo da optimizujemo?
- **Vreme izvršavanja** (napraviti program da bude što brži, na račun memorije i energije)
- **Upotreba memorije** (napraviti što je manji program, na račun vremena izvršavanja i energije)
- **Upotreba energije** (napraviti program da troši što manje energije, bitranjem jednostavnih instrukcija, na račun brzine izvršavanja i memorije)
- Postoje i razni drugi mogući zahtevi — minimizovati pozive funkcija, redukovati korišćenje jedinice za rad u pokretnom zarezu...

Optimizacija koda vs optimizacija međukoda

- Nije uvek skroz jasna razlika između optimizacije međukoda i optimizacije izvršnog koda
- Obično optimizacija međukoda sprovodi pojednostavljivanja koja su validna za sve arhitekture dok optimizacija koda pokušava da unapredi performanse na osnovu karakteristika ciljne arhitekture računara
- Neke optimizacije su negde između, na primer zamena $x*0.5$ sa $x/2$

2 Formalizam i terminologija

2.1 Saglasnost i očuvanje semantike

Saglasna analiza programa

- Da bi se optimizovao program, kompajler mora da bude u stanju da rasuđuje o osobinama tog programa
- Analiza je saglasna (engl. *sound*) ako nikada ne proizvodi netačne činjenice o programu
- Sve analize koje ćemo diskutovati su saglasne

Optimizacija koja čuva semantiku

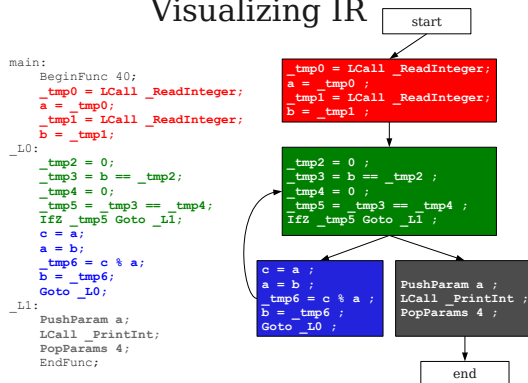
- Optimizacija čuva semantiku ako ne menja semantiku originalnog programa
- Na primer, naredne optimizacije čuvaju semantiku programa
 - Izračunavanje vrednosti koje se mogu znati statički u vreme kompilacije umesto u vreme izvršavanja
 - Evaluacija konstantnih izraza van petlje umesto u petlji
 - Eliminisanje nepotrebnih privremenih promenljivih
- Primer optimizacije koja ne čuva semantiku programa je zamena *bubble-sort* sortiranja sa *quicksort* sortiranjem
- Optimizacije koje ćemo razmatrati sve čuvaju semantiku programa

2.2 Formalizam za IR optimizaciju

Formalizam za IR optimizaciju

- Svaka faza kompilacije koristi neku vrstu apstrakcije
- Skeniranje koristi regularne izraze
- Parsiranje koristi kontekstno slobodne gramatike
- Semantička analiza koristi tabele simbola i sistem tipova
- Generisanje međukoda koristi apstraktno sintaksno stablo
- I za optimizaciju je potreban formalizam koji ima mogućnost da uhvati strukturu programa na način koji omogućava optimizaciju

Visualizing IR



Osnovni blok

- Osnovni blok je niz IR instrukcija gde
 - Postoji samo jedna tačka ulaska u blok, tj mesto na kojem počinje izvršavanje instrukcija bloka. Ulazak u blok mora biti na vrhu samog bloka.
 - Postoji samo jedna tačka izlaska iz bloka, tj mesto na kojem se završava izvršavanje instrukcija bloka. Izlazak iz bloka mora biti na kraju samog bloka.
- Neformalno, niz instrukcija u bloku se uvek izvršava u celini

Graf kontrole toka (engl. *Control Flow Graph*)

- Graf kontrole toka (engl. *Control Flow Graph*, CFG) je graf koji sadrži osnovne blokove funkcije
- Svaka ivica iz jednog osnovnog bloka do drugog označava da kontrola izvršavanja može da ide od kraja prvog do početka drugog bloka
- Postoje i dva čvora koji označavaju početak i kraj funkcije

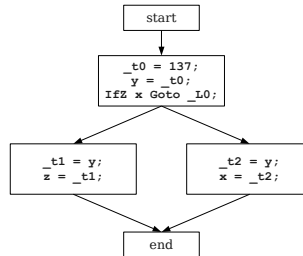
2.3 Vrste optimizacija

Vrste optimizacija

- Postoje tri vrste optimizacija: lokalna, globalna i međuprocuduralna
- Lokalna optimizacija radi u okviru jednog osnovnog bloka
- Globalana optimizacija radi na grafu kontrole toka funkcije
- Međuprocuduralna optimizacija radi na celokupnom grafu kontrole toka koji prati pozive funkcija i njihovu međusobnu interakciju

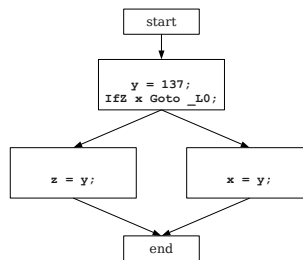
Local Optimizations

```
int main() {  
  int x;  
  int y;  
  int z;  
  
  y = 137;  
  if (x == 0)  
    z = y;  
  else  
    x = y;  
}
```



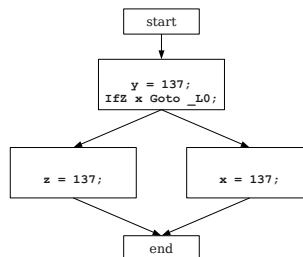
Local Optimizations

```
int main() {  
  int x;  
  int y;  
  int z;  
  
  y = 137;  
  if (x == 0)  
    z = y;  
  else  
    x = y;  
}
```



Global Optimizations

```
int main() {  
  int x;  
  int y;  
  int z;  
  
  y = 137;  
  if (x == 0)  
    z = y;  
  else  
    x = y;  
}
```



3 Lokalne optimizacije

3.1 Eliminacija zajedničkih podizraza

Common Subexpression Elimination

```
Object x;
int a;
int b;
int c;

x = new Object;
a = 4;
c = a + b;
x.fn(a + b);

_tmp0 = 4 ;
PushParam _tmp0 ;
_tmp1 = LCall _Alloc ;
PopParams 4 ;
_tmp2 = Object ;
*(_tmp1) = _tmp2 ;
x = _tmp1 ;
_tmp3 = _tmp0 ;
a = _tmp3 ;
_tmp4 = a + b ;
c = _tmp4 ;
_tmp5 = c ;
_tmp6 = *(x) ;
_tmp7 = *(_tmp6) ;
PushParam _tmp5 ;
PushParam x ;
ACall _tmp7 ;
PopParams 8 ;
```

Eliminacija zajedničkih podizraza

- Ako imamo dve dodele promenljivama

```
v1 = a op b
...
v2 = a op b
```

tako da se vrednosti promenljivih v1, a i b ne menjaju između ove dve dodele, onda možemo da prepíšemo kod na sledeći način

```
v1 = a op b
...
v2 = v1
```

- Na ovaj način se eliminiše bespotrebno izračunavanje i pravi se prostor za kasnije optimizacije

3.2 Prenos kopiranja

Copy Propagation

```
Object x;
int a;
int b;
int c;

x = new Object;
a = 4;
c = a + b;
x.fn(a + b);
```

```
_tmp0 = 4 ;
PushParam _tmp0 ;
_tmp1 = LCall _Alloc ;
PopParams 4 ;
_tmp2 = Object ;
*( _tmp1 ) = _tmp2 ;
x = _tmp1 ;
_tmp3 = 4 ;
a = 4 ;
_tmp4 = _tmp0 + b ;
c = _tmp4 ;
_tmp5 = _tmp4 ;
_tmp6 = _tmp2 ;
_tmp7 = *( _tmp2 ) ;
PushParam _tmp4 ;
PushParam _tmp1 ;
ACall _tmp7 ;
PopParams 8 ;
```

Prenos kopiranja

- Ako imamo dodelu

`v1 = v2`

onda sve dok `v1` i `v2` nemaju ponovo dodeljene neke nove vrednosti, možemo da zapišemo izraze oblika

`a = ... v1 ...`

kao

`a = ... v2 ...`

pod uslovom da je takvo prezapisivanje u redu (u smislu da postoji takva instrukcije, npr ako je nešto konstanta, nekada imamo dostpunu instrukciju a nekada nemamo)

- Ova optimizacija stvara prostor za naredne optimizacije koje ćemo uskoro videti

3.3 Eliminacija mrtvog koda

Dead Code Elimination

```
Object x;
int a;
int b;
int c;

x = new Object;
a = 4;
c = a + b;
x.fn(a + b);
```

```
_tmp0 = 4 ;
PushParam _tmp0 ;
_tmp1 = LCall _Alloc ;
PopParams 4 ;
_tmp2 = Object ;
*( _tmp1 ) = _tmp2 ;

_tmp4 = _tmp0 + b ;

_tmp7 = *( _tmp2 ) ;
PushParam _tmp4 ;
PushParam _tmp1 ;
ACall _tmp7 ;
PopParams 8 ;
```

Eliminacija mrtvog koda

- Dodela promenljivoj v se naziva mrtva dodela ako se vrednost te promenljive nigde kasnije ne koristi
- Eliminacija mrtvog koda uklanja mrtve dodele iz međureprezentacije
- Utvrđivanje da li je dodela mrtva zavisi od toga kojim promenljivama se dodeljuju vrednosti i gde se ta dodela vrši

For Comparison

```
_tmp0 = 4 ;
PushParam _tmp0 ;
_tmp1 = LCall _Alloc ;
PopParams 4 ;
_tmp2 = Object ;
*( _tmp1 ) = _tmp2 ;
x = _tmp1 ;
_tmp3 = 4 ;
a = _tmp3 ;
_tmp4 = a + b ;
c = _tmp4 ;
_tmp5 = a + b ;
_tmp6 = *( x ) ;
_tmp7 = *( _tmp6 ) ;
PushParam _tmp5 ;
PushParam x ;
ACall _tmp7 ;
PopParams 8 ;
```

```
_tmp0 = 4 ;
PushParam _tmp0 ;
_tmp1 = LCall _Alloc ;
PopParams 4 ;
_tmp2 = Object ;
*( _tmp1 ) = _tmp2 ;
_tmp4 = _tmp0 + b ;
_tmp7 = *( _tmp2 ) ;
PushParam _tmp4 ;
PushParam _tmp1 ;
ACall _tmp7 ;
PopParams 8 ;
```

3.4 Višestruka primena i druge optimizacije

Primena lokalnih optimizacija

- Različite optimizacije koje smo do sada videli sve zapravo vode računa o samo malom delu optimizacije
- Eliminacija zajedničkih podizraza eliminiše nepotrebne naredbe
- Prenos kopiranja pomaže u pronalaženju mrtvog koda
- Eliminacija mrtvog koda uklanja naredbe koje više nisu potrebne
- Da bi se izvukao maksimum, može da bude potrebno da se ove optimizacije izvrše više puta

Applying Local Optimizations

```
b = a * a;  
c = a * a;  
d = b + c;  
e = b + b;
```

Applying Local Optimizations

```
b = a * a;  
c = b;  
d = b + b;  
e = d;
```

Drugi tipovi lokalnih optimizacija

- Aritmetička pojednostavljenja (engl. *arithmetic simplification*): zameni teške operacije sa lakšim. Na primer, prepisi $x = 4 * a$; u $x = a \ll 2$;
- Slaganje konstanti (engl. *constant folding*): evaluiraj izraze u fazi kompilacije ako imaju konstantne vrednosti Na primer, prepisi $x = 4 * 5$; u $x = 20$;

3.5 Implementacija lokalnih optimizacija

Optimizacija i analiza

- Mnoge optimizacije su moguće samo ako se obezbedi odgovarajuća analiza ponašanja programa
- Da bi optimizacija mogla da se implementira, pričaćemo o odgovarajućim analizama koje je potrebno sprovesti

Analiza dostupnih izraza

- I eliminacija zajedničkih podizraza i prenos kopiranja zavise od analize **dostupnih izraza** u programu
- Izraz se naziva **dostupan** ako neka promenljiva u programu čuva vrednost tog izraza
- U okviru eliminacije zajedničkih izraza, zamenjujemo dostupni izraz sa promenljivom koja nosi tu vrednost
- U prenosu kopiranja, menjamo korišćenje promenljive sa dostupnim izrazom koji ona koristi

Pronalaženje dostupnih izraza

- Inicijalno, ni jedan izraz nije dostupan
- Kada god se izvrši izraz $a = b + c$
 - Svaki izraz koji sadrži promenljivu a više nije validan
 - Izraz $a = b + c$ postaje dostupan
- Ideja: iteriraj kroz instrukcije osnovnog bloka počevši sa praznim skupom izraza i ažuriraj dostupne izraze nakon svake instrukcije

Common Subexpression Elimination

```
    { }
    a = b;
    { a = b }
    c = a;
    { a = b, c = b }
    d = a + b;
    { a = b, c = b, d = a + b }
    e = d;
    { a = b, c = b, d = a + b, e = a + b }
    d = a;
    { a = b, c = b, d = b, e = a + b }
    f = e;
    { a = b, c = b, d = b, e = a + b, f = a + b }
```

Analiza živosti (engl. *liveness analysis*)

- Analiza koja odgovara eliminaciji mrtvog koda se naziva analiza živosti
- Promenljiva je živa u nekoj tački programa ako se kasnije u programu njena vrednost čita pre nego što se u nju nešto novo upiše
- Eliminacija mrtvog koda radi tako što sračunava živost svake promenljive i onda eliminiše dodele mrtvim promenljivama

Izračunavanje živih promenljivih

- Da bi znali koja promenljiva će biti korišćena u nekoj tački programa, iteriramo kroz sve naredbe osnovnog bloka u obrnutom redosledu
- Inicijalno, neki mali skup vrednosti se zna da će biti živ: koji tačno, to zavisi od konkretnog programa
- Kada vidimo naredbu oblika $a = b + c$
 - Neposredno pre te naredbe, a nije živa, jer će njena vrednost da bude prepisana
 - Neposredno pre te naredbe, i b i c su žive, jer će obe biti korišćene
- Primetimo da nam međukod često ne dozvoljava naredbu oblika $a = a + b$. U slučaju da je takva naredba dozvoljena, onda je živost *jača* odnosno, najpre se vrši uklanjanje promenljivih iz skupa, pa onda dodavanje, tako da će a nakon ove analize ipak biti živa promenljiva.

Liveness Analysis

```
{ b }  
a = b;  
{ a, b }  
c = a;  
{ a, b }  
d = a + b;  
{ a, b, d }  
e = d;  
{ a, b, e }  
d = a;  
{ b, d, e }  
f = e;  
{ b, d }
```

A Combined Algorithm

```
a = b;
```

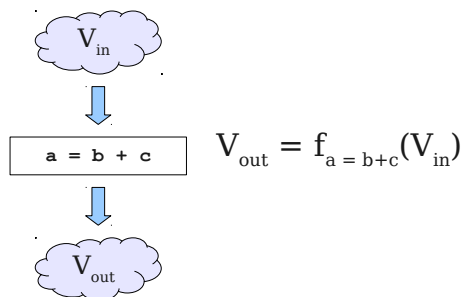
```
d = a;
```

Informacije potrebne za lokalnu analizu

U okviru lokalne analize imamo tri suštinska pitanja:

1. U kojem smeru se vrši analiza?
 - Videli smo dve analize sa dva različita smeru: unapred i unazad
 - U zavisnosti od lokalne analize, imamo nekada jedan, a nekada drugi smer
2. Na koji način ažuriramo informacije prilikom obrade pojedinačne naredbe?
3. Koje informacije imamo inicijalno?

Another View of Local Analyses



Lokalna analiza formalno

- Lokalna analiza osnovnog bloka se definiše kao uređena četvorka (D, V, F, I) gde je
 - D (engl. *direction*) je smer, može biti unapred ili unazad
 - V je skup vrednosti koje program ima u svakoj tački
 - F je familija funkcija prenosa (engl. *transfer functions*) koje definišu značenje svakog izraza kao funkciju $f : V \rightarrow V$
 - I (engl. *initial*) je početna informacija na vrhu (ili dnu) osnovnog bloka

Analiza dostupnih izraza

- Smer: Unapred
- Domen: Skup izraza dodeljenih promenljivama
- Funkcije prenosa: Za dati skup dodela V i naredbu $a = b + c$
 - Ukloni iz V svaki izraz koji koristi a kao podizraz
 - Dodaj u V izraz $a = b + c$
- Početne vrednosti: Prazan skup izraza

Analiza živosti

- Smer: Unazad
- Domen: Skup promenljivih
- Funkcije prenosa: Za dati skup promenljivih i naredbu $a = b + c$
 - Ukloni a iz V (svaka prethodna vrednost od a je sada mrtva)
 - Dodaj u V promenljive b i c (svaka prethodna vrednost od b i c je sada živa)

Formalno: $f_{a=b+c}(V) = (V - a) \cup \{b, c\}$

- Početne vrednosti: Zavisi od semantike jezika

Algoritam

- Ako je data analiza (D, V, F, I) za osnovni blok
 - Pretpostavimo da je D unapred, analogno bi bilo i unazad
- Najpre, postavi OUT[entry] na I (entry je labela koja označava ulazak u blok)
- Za svaku naredbu s , redom
 - Postavi IN[s] na OUT[prev], gde je prev prethodna naredba
 - Postavi OUT[s] na $f_s(IN[s])$ gde je f_s funkcija prenosa za naredbu s

4 Globalne optimizacije

Globalne optimizacije

- Globalna analiza je analiza koja radi na grafu kontrole toka
- Suštinski moćnija od lokalne analize ali i suštinski komplikovanija od lokalne analize
- Mnoge optimizacije zasnovane na lokalnoj analizi mogu da se sprovedu i globalno
- Neke optimizacije ne mogu da se sprovedu lokalno već mogu samo globalno (na primer, pomeranje koda iz jednog u drugi osnovni blok kako bi se izbeglo nepotrebno izračunavanje)
- Primeri globalnih optimizacija: globalna eliminacija mrtvog koda (engl. *global dead code elimination*), globalno kopiranje konstanti (engl. *global constant propagation*), parcijalna eliminacija redundantnosti (engl. *partial redundancy elimination*).

4.1 Više predaka

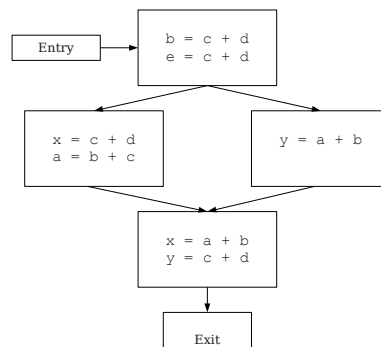
Globalna eliminacija mrtvog koda

- Lokalna eliminacija mrtvog koda mora da zna koje vrednosti su žive na izlasku iz osnovnog bloka
- Ova informacija može da se sračuna samo kao deo globalne analize
- Na koji način modifikovati analizu živosti tako da obuhvati CFG?
- Osnovni problemi: više predaka i petlje

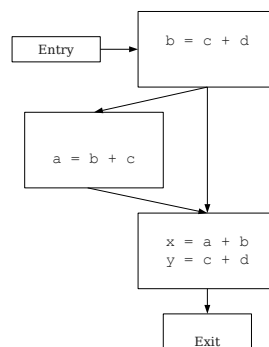
Glavni izazovi, prvi deo

- U okviru lokalne analize, svaka naredba ima tačno jednog prethodnika
- U okviru globalne analize, svaka naredba može imati više prethodnika
- Globalna analiza mora imati neku vrstu kombinovanja informacija od svih prethodnika osnovnog bloka
- U narednom primeru, informacije kombinujemo unijom

CFGs Without Loops

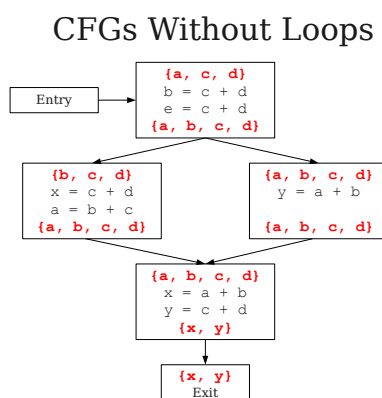


CFGs Without Loops



Glavni izazovi, drugi deo

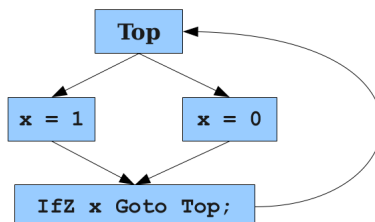
- U okviru lokalne analize, postoji samo jedan mogući put kroz osnovni blok
- U okviru globalne analize, može postojati puno puteva kroz CFG
- Može da bude potrebno da se ponovo izračunaju vrednosti više puta, tj uvek kada nove informacije postanu dostupne
- Treba biti oprezan kako se ne bi desilo da se upadne u beskonačnu petlju



4.2 Petlje u grafu

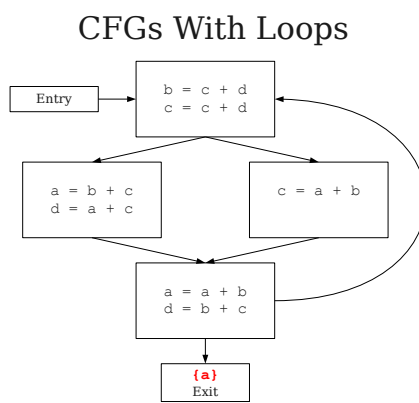
CFG sa petljom

- Do sada, razmatrali smo samo CFGove bez petlji koji imaju konačno mnogo mogućih putanja
- Kada dodamo petlje, ovo više nije istina
- Primetimo da nisu sve mogućnosti CFGa ostvarive u izvršavanjima programa



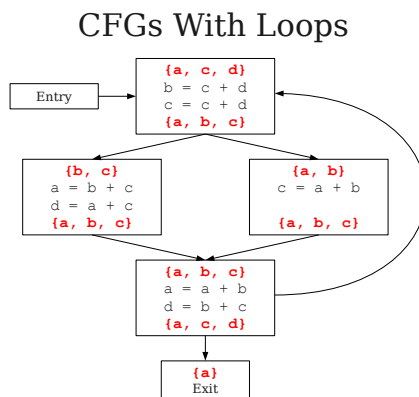
CFG sa petljom

- Saglasna aproksimacija: pretpostavimo da svaka moguća putanja kroz CFG odgovara validnom izvršavanju
- Na ovaj način, uključujemo sve putanje koje se mogu realizovati, ali i neke dodatne putanje
- To može da učini našu analizu manje preciznom, ali i dalje saglasnom
- Zahvaljujući ovome, možemo i da ostvarimo analizu



Glavni izazovi, treći deo

- U okviru lokalne analize, uvek je definisana prva naredba od koje se počinje
- U okviru globalne analize sa petljama, svaki blok može da zavisi od svakog drugog bloka
- Da bismo ovo rešili, moramo da dodelimo nekakve početne vrednosti svim blokovima CFGa



Sumiranje razlika

- Potrebno je da možemo da obradimo više prethodnika/sledbenika osnovnog bloka
- Potrebno je da možemo da obradimo više putanja kroz CFG i može biti potrebe da se itereira više puta da bi se sračunala konačna vrednost (ali važno je da analiza mora da se završi u nekom trenutku!)
- Potrebno je da možemo da dodelimo svakom osnovnom bloku smislenu osnovnu početnu vrednost pre nego što ga analiziramo

4.3 Globalna analiza živosti

Globalna analiza živosti

- Na početku, postavi $IN[s] = \{ \}$ za svaku naredbu s
- Postavi $IN[exit]$ na skup promenljivih za koje se zna da su žive na izlazu (znanje specifično za programski jezik)
- **Ponavljaj sve dok ima promena** (zaustavi se kada nema promena)
 - Za svaku naredbu s oblika $a = b + c$, u bilo kom redosledu obilaska:
 - * Postavi $OUT[s]$ na skup unije od $IN[p]$ za svaki sledbenik p od naredbe s
 - * Postavi $IN[s]$ na $(OUT[s] - a) \cup \{b, c\}$

Da li je ovakav algoritam dobar?

- Da bi pokazali korektnost, potrebno je da pokažemo naredno:
 - Algoritam se zaustavlja
 - Kada se algoritam zaustavi, daje saglasno rešenje
- Argumenti za zaustavljanje:
 - Kada se pronađe da je neka promenljiva živa u nekom delu programa, to uvek važi
 - Postoji konačno mnogo promenljivih i konačno mnogo mesta na kojima promenljive mogu da postanu žive
- Argument o saglasnosti
 - Svako pojedinačno pravilo, primenjeno na neki skup, korektno ažurira živost skupa
 - Kada se računa unija dva skupa živih promenljivih, promenljiva je živa samo ako je bila živa na nekoj putanji koja vodi do naredbe

4.4 Polumreže sa operatorom spajanja

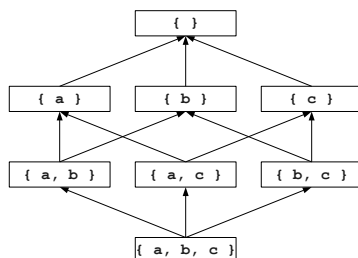
Formalizam

- Građenje formalizma koji može da obuhvati i dizajnira ovakvu analizu je zahtevno
- Osnovne ideje, ipak su nezavisne od same analize
 - Potrebno je da možemo da računamo funkcije koje opisuju ponašanje svake naredbe
 - Potrebno je da možemo da skupimo više izračunavanja zajedno
 - Potrebna nam je početna vrednost za svaki osnovni blok
- Postoji formalizam koji može da uhvati većinu ovih osobina

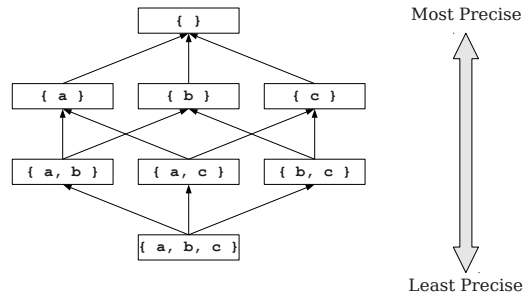
Polumreža sa operatorom spajanja (engl. meet semilattice)

- Polumreža sa operatorom spajanja je uređenje definisano na skupu elemenata
- Svaka dva elementa imaju spajanje koje je najveći element koji je manji od oba elementa
- Intuitivno, spajanje dva elementa predstavlja kombinovanje informacija od ta dva elementa i to je nekakva uopštenija informacija od informacija koje su bile početne (uopštenija informacija znači da je manje precizna)
- Postoji jedinstven element na vrhu koji se naziva i *top*, koji je *veći* od svih drugih elemenata
- Element na vrhu predstavlja „nema informacija” (veoma precizna informacija)

Meet Semilattices for Liveness



Meet Semilattices and Orderings



Formalna definicija

- Polumreža sa operatorom spajanja je uređeni par (D, \wedge) gde je
 - D je skup koji označava domen elemenata
 - \wedge je operator spajanja koji je
 - * idempotentan $x \wedge x = x$
 - * komutativan $x \wedge y = y \wedge x$
 - * asocijativan $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$
 - Ako važi $x \wedge y = z$ kažemo da je z spajanje (ili najveća donja granica) za x i y .
- Svaka polumreža sa operatorom spajanja ima element na vrhu koji se označava sa \top takav da je $\top \wedge x = x$ za svako x .

Primer 1

- Skup prirodnih brojeva i funkcija \max
- Idempotencija $\max\{a, a\} = a$
- Komutativnost $\max\{a, b\} = \max\{b, a\}$
- Asocijativnost $\max\{a, \max\{b, c\}\} = \max\{\max\{a, b\}, c\}$
- Top element je 0: $\max\{0, a\} = a$

Primer 2 — Polumreža za analizu živosti

- Skup živih promenljivih i operacija unije
- Idempotencija $a \cup a = a$
- Komutativnost $a \cup b = b \cup a$
- Asocijativnost $(a \cup b) \cup c = a \cup (b \cup c)$
- Top element je \emptyset : $\emptyset \cup a = a$

4.5 Algoritam globalne analize

Polumreže i analiza programa

- Polumreže prirodno rešavaju veliki broj problema na koje nailazimo u globalnoj analizi
- Kako kombinujemo informacije iz različitih osnovnih blokova? — Koristimo operator spajanja.
- Koju vrednost dajemo kao početnu vrednost svakom bloku? — Vrednost \top .
- Kako znamo da će se algoritam završiti? — Zapravo, to ne možemo još uvek da garantujemo: potrebno je da postoje odgovarajuće osobine polumreže (konačna visina) kao i funkcije spajanja (monotona funkcija)

Opšti okvir

- Globalna analiza je petorka (D, V, \wedge, F, I) pri čemu je
 - D smer - napred, nazad
 - V je skup vrednosti
 - \wedge je operator spajanja na ovim vrednostima
 - F je skup funkcija prenosa $f : V \rightarrow V$
 - I je početno stanje
- Jedina razlika u odnosu na lokalnu analizu je uvođenje operatora spajanja

Algoritam globalne analize

- Pretpostavimo da je (D, V, \wedge, F, I) analiza unapred
- Postavi $OUT[s] = \top$ za svaku naredbu s
- Postavi $OUT[begin] = I$
- Ponavljaj sve dok ima izmena (zaustavi se kada ne bude izmena)
 - Za svaku naredbu s sa predthodnicima p_1, p_2, \dots, p_n
 - * Postavi $IN[s] = OUT[p_1] \wedge OUT[p_2] \wedge \dots \wedge OUT[p_n]$
 - * Postavi $OUT[s] = f_s(IN[s])$
 - Redosled iteracija nije važan
- Ova vrsta analize naziva se okvir toka podataka (engl. *dataflow framework*). Uz dodatne pretpostavke, može se koristiti da se dokaže svojstvo završavanja analize
- Postoje i druge interesantne globalne analize

5 Literatura

Literatura

- (The Dragon Book) Compilers: Principles, Techniques, and Tools Alfred V. Aho, Monica S. Lam, Ravi Sethi, and Jeffrey D. Ullman
- Kompajleri Stanford <https://web.stanford.edu/class/archive/cs/cs143/cs143.1128/>